

Kalkulus ötödik feladatsor

Sorozatok

1. Döntsük el az alábbi sorozatokról, hogy korlátosak-e! Vizsgáljuk meg őket monotonitás szempontjából! Sejtsük meg a határértékeket a sorozat tagjait számegyenesen ábrázolva! Döntsük el, hogy mely sorozatok konvergensek, illetve divergensek!

a, $(a_n) = \left(1 + \frac{1}{n}\right)$

b, $(b_n) = \frac{(-1)^n}{n^2}$

c, $(c_n) = 2^n$

d, $(d_n) = -n^2 - n$

e, $(e_n) = (-3)^n$

f, $(f_n) = \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$

g, $(g_n) = n!$

2. Adjunk példát olyan sorozatra (ha létezik olyan), amely:

a, konvergens, de nem korlátos;

b, korlátos, de nem konvergens;

c, monoton növekvő, de nem konvergens;

d, szigorúan monoton növekvő és konvergens;

e, korlátos, konvergens, de nem monoton;

f, monoton fogyó, de nem korlátos;

g, van határértéke, de nem konvergens (tehát divergens);

3. Adjunk példát olyan $a_n \rightarrow +\infty$ és $b_n \rightarrow +\infty$ sorozatokra, amelyekre:

a, $\lim \frac{a_n}{b_n} = 0$;

b, $\lim \frac{a_n}{b_n} = 1$;

c, $\lim \frac{a_n}{b_n} = -3$;

d, $\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$;

e, $\lim \frac{a_n}{b_n} = -\infty$;

4. * Igazoljuk az alábbi határértékeket a definíció felhasználásával, azaz adjunk meg egy megfelelő küszöbszámot (és küszöbindexet)!

a, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 + 1} = 0$

b, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{n^2 + n + 1} = 3$ (Kónya 1/10)

c, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 10^8}{5n^6 + 2n^3 - 1} = 0$ (Kónya 1/11)

A Kónya-ként hivatkozott feladatsor megtalálható pl itt: http://math.bme.hu/~tasnadi/merninf_anal_1/anal1_gyak_ff.pdf